

Um Modelo de Teste de Stress menos Subjetivo e mais Abrangente

Cícero Augusto Vieira Neto¹

Fábio Urban²

I - Introdução

É um fato conhecido que os modelos estatísticos de cálculo do risco de mercado costumam apresentar problemas em períodos de modificação do padrão de comportamento dos dados. Exemplos recentes em que tais modelos apresentaram fraco desempenho incluem a crise da Ásia (1997), a crise da Rússia (1998) e a desvalorização do Real no início de 1999. Em virtude dos problemas observados, já se chegou a comentar que “o VaR é um guarda-chuva que só protege contra a garoa”.

Devido às reconhecidas deficiências do VaR em períodos de quebra dos padrões históricos, muitas instituições financeiras utilizam modelos de Teste de Stress como ferramentas complementares para a avaliação do risco de mercado. O VaR e o Stress passam, então, a atuar conjuntamente, o primeiro refletindo o “risco do cotidiano” e o segundo o “risco numa situação de crise”.

Apesar da “parceria” entre VaR e Stress ser, em geral, bem aceita e difundida, a literatura relativa ao VaR sempre foi muito mais rica e ativa do que a pertinente ao Stress. Desta forma, apesar de sua grande importância, o desenvolvimento de modelos de Stress permaneceu relativamente estagnado. Neste aspecto, é pertinente citar parte do discurso de Alan Greenspan, presidente do FED, em 4 de maio de 2000:

In estimating necessary levels of risk capital, the primary concern should be to address those disturbances that occasionally do stress institutional solvency -- the negative tail of the loss distribution that is so central to modern risk management. As such, the incorporation of stress scenarios into formal risk modeling would seem to be of first-order importance. However, the incipient art of stress testing has yet to find formalization and uniformity across banks and securities dealers. At present most banks pick a small number of ad hoc scenarios as their stress tests. And although the results of the stress may be given to management, they are, to my knowledge, never entered into the formal modeling process. (The Federal Reserve Board, Remarks by Chairman Alan Greenspan, May 4, 2000)

Na primeira parte deste artigo, descrevemos o que entendemos por *modelo de Teste de Stress tradicional*. Em seguida, apontamos suas principais deficiências e mostramos em que medida estas podem levar, perigosamente, à distorção do risco de mercado de uma carteira diversificada. Prosseguindo, apresentamos um modelo de Teste de Stress alternativo, que procura ser menos subjetivo e mais abrangente que o tradicional. Mostramos como as deficiências do modelo anterior são sanadas e também de que forma ele pode ser obtido como caso particular do modelo novo. Apresentamos vários exemplos que visam mostrar como o modelo pode ser utilizado para a avaliação do risco de futuros e opções, risco de *Bradies* e *Globals*, risco de deslocamentos não paralelos da curva de juros e risco de variação da qualidade de crédito de uma contraparte, dentre outros.

¹ Gerente de Risco do Banco Matrix, Doutor em Economia pela Universidade de São Paulo (cvieira@bancomatrix.com.br)

² Analista de Risco da Bolsa de Mercadorias e Futuros -- BM&F (furban@bmf.com.br)

Os autores agradecem os comentários e sugestões de Marcos Eugênio da Silva, Guy Perelmuter, Eduardo Facó, Fernando Pinheiro, Guilherme Arcoverde, Pedro Valls, Luis Alvares, Cristiano Pardi e Heitor Katsuda. Os erros e omissões remanescentes são de inteira responsabilidade dos autores.

II - Modelos de Teste de Stress Tradicionais

Excetuando pequenas peculiaridades próprias de cada modelo e cada instituição, os modelos de Stress convencionais podem ser resumidos em 3 etapas básicas:

(i) O Comitê de Risco da instituição (que pode ser uma tesouraria ou uma administradora de recursos de terceiros) se reúne e define um conjunto de “cenários de crise”. Vale mencionar que, por *cenário*, entende-se uma determinada combinação de preços e taxas de juros.

(ii) O valor da carteira cujo risco de mercado se quer analisar é recalculado em cada um dos cenários estipulados pelo Comitê de Risco.

(iii) Finalmente, escolhe-se o cenário correspondente à maior perda hipotética para a carteira. A magnitude desta perda é definida como sendo o *risco de mercado* da carteira em termos do modelo de Stress.

Em contraposição aos modelos de VaR, que em geral trabalham com volatilidades e correlações históricas, é comum que os cenários definidos nos modelos de Stress representem situações extremas e distantes do cotidiano. Em praticamente todos os casos há, pelo menos, dois cenários, sendo um totalmente *bullish* e outro totalmente *bearish*. Um exemplo típico, que inclui os principais ativos negociados por instituições atuantes no Brasil, é apresentado abaixo:

Tabela 1: Exemplos de cenários de um modelo de Stress tradicional

| Ativo | Curva de Juros (Pré) | Curva de Cupom Cambial | Dólar à Vista | Bolsa BR | Bolsa USA | Bradies |
|-------------------------------|---|--|----------------|----------------|---------------|----------------|
| Cenário 1 (bearish) | deslocamento paralelo de +1000 basis points | deslocamento paralelo de +500 basis points | aumento de 15% | queda de 25% | queda de 15% | queda de 20% |
| Cenário 2 (bullish) | deslocamento paralelo de -600 basis points | deslocamento paralelo de -300 basis points | queda de 10% | aumento de 15% | aumento de 8% | aumento de 10% |

O primeiro cenário apresentado na tabela reflete uma situação de deterioração das expectativas macroeconômicas: as taxas de juros (pré e cupom) sobem fortemente, o câmbio sofre desvalorização, as bolsas brasileira e norte-americana caem, o mesmo acontecendo com os títulos da dívida externa. O segundo cenário, por sua vez, representa situação oposta: queda de juros, fortalecimento da moeda, subida das bolsas e dos *bradies*.

A combinação específica de preços que determina cada cenário é uma decisão arbitrária do Comitê de Risco. Além disso, os sinais das correlações históricas entre os ativos não precisam ser respeitados, caso assim se queira, e tampouco é necessário que os cenários escolhidos já tenham sido observados no passado. Em suma, um cenário pode ser oriundo de uma análise objetiva sobre a conjuntura econômica ou pode, simplesmente, se basear em avaliações meramente subjetivas sobre o futuro.

Na medida em que os cenários utilizados não se prendem a dados históricos e incorporam tanto avaliações objetivas como também subjetivas, os modelos de Stress surgem como importante ferramenta *complementar* aos sistemas de gerenciamento de

risco de mercado. Enquanto o VaR mede bem o *risco do cotidiano* mas se assemelha a um “guarda chuva que só protege contra garoa”, o Stress é uma realidade distante do dia a dia mas bem mais próxima do estrago que pode ser causado por uma forte tempestade.

III - Problemas dos Modelos de Teste de Stress Tradicionais

Em se tratando de carteiras simples, pouco diversificadas, predominantemente compradas ou predominantemente vendidas, o modelo de Teste de Stress tradicional parece atender bem a seus propósitos. Na medida em que o grau de complexidade das carteiras aumenta, no entanto, o modelo começa a apresentar problemas que podem tornar seus resultados errôneos e pouco confiáveis. A seguir apresentamos os principais problemas que podem surgir com a implantação do modelo:

(i) A escolha dos cenários envolve um alto grau de subjetividade. Esta subjetividade manifesta-se, mais intensamente, no momento em que variações de preços específicas tem de ser combinadas entre si. Numa carteira com múltiplos ativos, as combinações específicas entre os preços são tão ou mais importantes que as magnitudes de variação de cada um, quando considerados individualmente.

Tomemos como exemplo os cenários da última seção e uma carteira comprada em Dólar e em PU de futuro de DI com vencimento em 1 ano.

No cenário de deterioração das expectativas (cenário 1), a posição em Dólar realiza lucro e a em DI prejuízo. No cenário oposto, os resultados se invertem, havendo perda na posição atrelada ao Dólar e ganho na posição em futuro de DI. Em ambos os casos, uma posição sempre funciona como *hedge* para a outra. Vejamos alguns números que ilustram bem o ponto.

Supomos, por exemplo, que a carteira seja:

- posição de R\$ 1.000.000 comprada em Dólar.
- posição de R\$ 1.800.000 comprada em PU de futuro de DI com prazo para o vencimento de 1 ano.

Na tabela abaixo, reproduzimos os cenários do exemplo da seção anterior, apresentando as variações percentuais de preços que correspondem às hipóteses dos cenários:

Tabela 2: Avaliação da Carteira do Exemplo nos Dois Cenários Propostos

| | Variação % do Dólar | Variação % do PU de DI de 360 dias ³ | Resultado da Posição em Dólar | Resultado da Posição em Futuro de DI | Resultado da Carteira |
|------------------|---------------------|---|-------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| cenário 1 | 15% | -7.63% | R\$ 150.000 | - R\$ 137.404 | R\$ 12.595 |
| cenário 2 | -10% | 5.22% | - R\$ 100.000 | R\$ 93.913 | - R\$ 6.087 |

Na tabela notamos que a carteira do exemplo apresentaria um ganho de R\$12.595 no primeiro cenário considerado e uma perda de R\$6.087 no segundo. Nesta aplicação simplificada dos conceitos, o risco de mercado da carteira em termos do modelo de Stress seria igual a R\$6.087.

O ponto crucial que queremos ressaltar é que, mesmo supondo que juros e Dólar irão variar sempre na mesma direção nas situações mais extremas, é muito difícil precisar qual será a exata combinação entre as variações de ambos. Mais importante do que isso, dependendo da carteira, o resultado do modelo de Stress será extremamente sensível em relação a pequenas variações desta combinação. Para vermos isso, modificamos ligeiramente o cenário 1 do exemplo, fazendo a variação do Dólar ser de 12.5% ao invés de 15%, mantendo a variação do PU de DI inalterada. Os resultados do novo cenário são apresentados na tabela seguinte:

Tabela 3: Avaliação da Carteira do Exemplo no Cenário Ligeiramente Modificado

| | Variação % do Dólar | Variação % do PU de DI de 360 dias | Resultado da Posição em Dólar | Resultado da Posição em Futuro de DI | Resultado da Carteira |
|------------------|---------------------|------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| cenário 1 | 12.5% | -7.63% | R\$ 125.000 | - R\$ 137.404 | - R\$ 12.405 |
| cenário 2 | -10% | 5.22% | - R\$ 100.000 | R\$ 93.913 | - R\$ 6.087 |

Conforme se observa na tabela, uma ligeira modificação da combinação entre os preços fez o Stress da carteira aumentar em cerca de 100%. Se a variação do Dólar no cenário 1 for reduzida ainda mais, por exemplo para 10%, o Stress sofrerá um aumento de mais de 600%.

Na medida em que mais ativos são adicionados à carteira, a complexidade do problema aumenta drasticamente. Se tivermos carteiras posicionadas em taxa de juros, cupom cambial, Dólar, bolsa brasileira, bolsa norte-americana, bradies, etc, o problema da combinação de preços se tornará impossível de ser dimensionado. A consequência disso é que os resultados do modelo podem tornar-se completamente sem sentido. **Numa situação de crise, os preços podem variar menos do que as maiores variações**

³ Para o cálculo da variação percentual do PU partimos de uma taxa anual de 21% e suposemos um prazo para o vencimento igual a 360 dias corridos. Utilizamos as convenções de anualização do mercado de swaps.

constantes dos cenários mas, devido a uma combinação específica de preços não analisada, a perda real observada pode ser maior do que a prevista pelo Stress.

(ii) Aparentemente, o problema da combinação de preços poderia ser solucionado por meio da inclusão, no modelo, de um maior número de cenários. No entanto, da forma como o modelo é estruturado, isto nos conduziria, facilmente, a um número explosivo de combinações. Supondo 5 cenários para cada ativo e 6 classes de ativos, por exemplo, teríamos um total de 15.625 combinações possíveis. Mesmo que muitas dessas combinações fossem descartadas com base em considerações macroeconômicas, ainda assim a quantidade restante estaria longe de ser operacional.

(iii) Normalmente, o risco de deslocamentos não paralelos da curva de juros não é adequadamente capturado. A razão disso é a grande quantidade de formas que a curva de juros pode assumir: variação do *nível*, variação da *inclinação*, variação da *curvatura* e todas as combinações possíveis quando nível, inclinação e curvatura se alteram *simultaneamente*.

(iv) O risco de carteiras contendo opções também não costuma ser adequadamente tratado pelos modelos tradicionais. A maior parte dos modelos trabalha com cenários extremos e opostos, isto é, cenários de fortes altas ou fortes baixas. Como se sabe, muitas estratégias com opções como, por exemplo, *strangles* e *butterflies*, apresentam as maiores perdas quando o ativo objeto pouco varia. Também há grande dificuldade de se incorporar à análise a sensibilidade da carteira de opções em relação ao nível da volatilidade dos mercados.

IV - Novo Modelo de Teste de Stress

Na busca de soluções para os problemas enfrentados pelos modelos tradicionais, propomos um novo modelo de Teste de Stress. Nesta seção apresentamos esse modelo, que procura ser menos subjetivo e mais abrangente que o tradicional, sanando boa parte de suas deficiências. Vale ainda mencionar que, conforme demonstraremos, o modelo tradicional pode ser obtido como *caso particular* do novo modelo.

Para fins didáticos, o novo modelo pode ser dividido em quatro etapas básicas:

- (i)- Decomposição de todos os ativos em *fatores de risco*.
- (ii)- Determinação de um conjunto de cenários para cada *fator de risco*.
- (iii)- Determinação de *regiões macroeconomicamente plausíveis*.
- (iv)- Cálculo do risco em cada região e escolha da pior delas.

No que segue, explicaremos como funciona cada uma das etapas. Ao final das explicações, será possível encaixar todas as peças e entender o significado e o funcionamento do novo modelo.

IV.1 - Decomposição de Todos os Ativos em Fatores de Risco.

Como num modelo de VaR, decompomos todos os ativos presentes na carteira no que chamamos de *fatores de risco*. De forma geral, estes são constituídos por todos os mercados à vista e todas as estruturas a termo relacionadas à carteira em questão⁴. Para exemplificar, mostraremos como funciona esta decomposição em 3 casos distintos: um contrato futuro de Dólar, um título público com correlação cambial e uma opção sobre Dólar.

Contrato Futuro de Dólar

É fato conhecido que a ausência de oportunidades de arbitragem entre os mercados de juros, cupom cambial, Dólar à vista e Dólar futuro estabelece a seguinte relação entre os quatro mercados:

$$F = S \frac{1 + pre}{1 + c} \quad (1)$$

onde:

F = Dólar futuro

S = Dólar à vista

pre = taxa pré com prazo igual ao prazo para o vencimento do Dólar futuro

c = taxa de cupom cambial com prazo igual ao prazo para o vencimento do Dólar futuro

Supomos que F' , S' , pre' e c' sejam os novos preços dos ativos após o surgimento de novas notícias. A variação percentual do preço do derivativo é dada por:

$$\frac{F'}{F} - 1 \cong \ln\left(\frac{F'}{F}\right) \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) obtemos:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{F'}{F}\right) &= \ln\left(S' \frac{1 + pre'}{1 + c'} \frac{1}{S} \frac{1 + c}{1 + pre}\right) = \ln\left(\frac{S'}{S}\right) + \ln\left(\frac{1 + pre'}{1 + pre}\right) + \ln\left(\frac{1 + c}{1 + c'}\right) = \\ &= \ln\left(\frac{S'}{S}\right) - \ln\left(\frac{PU'}{PU}\right) + \ln\left(\frac{PU'_{US\$}}{PU'_{US\$}}\right) \quad (3) \end{aligned}$$

onde PU e PU' são os PUs correspondentes às taxas pre e pre' e $PU_{US\$}$ e $PU'_{US\$}$ são os PUs correspondentes às taxas c e c' .

⁴ Conforme veremos, no caso de carteiras com opções, a volatilidade dos ativos também pode ser incluída dentre os *fatores de risco*. A inclusão de fatores que denotam o *rating* de empresas emissoras de bônus também pode ser feita de forma a permitir que o modelo incorpore o risco de flutuação de preço decorrente do risco de flutuação do *rating*. Estes tópicos serão explicados em seções à parte.

Segundo a expressão (3), a variação do Dólar futuro é dada pela variação conjunta do Dólar à vista, da taxa pré e do cupom cambial. Neste exemplo, estes três ativos são os *fatores de risco* subjacentes ao Dólar futuro⁵.

Título Público com Correção Cambial (Papel Cambial)

De forma a simplificar o exemplo, supomos um papel cambial sem cupons, isto é, sem pagamento de juros periódicos.

Como no exemplo anterior, é um fato conhecido que a ausência de oportunidades de arbitragem entre os mercados implica a seguinte relação para o preço do papel cambial:

$$P = \frac{VF}{I+c} S \quad (4)$$

onde:

P = preço ou valor presente do papel cambial

VF = valor de face ou de resgate

S = Dólar à vista

c = taxa de cupom cambial com prazo igual ao prazo para o vencimento do papel cambial

Supomos que P' , S' e c' sejam os novos preços dos ativos após o surgimento de novas notícias. A variação do preço do papel cambial é dada por:

$$\frac{P'}{P} - 1 \cong \ln\left(\frac{P'}{P}\right) \quad (5)$$

Substituindo (4) em (5) obtemos:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{P'}{P}\right) &= \ln\left(\frac{VF}{I+c'} S' \frac{I+c}{VF} \frac{1}{S}\right) = \ln\left(\frac{S'}{S}\right) + \ln\left(\frac{I+c}{I+c'}\right) = \\ &= \ln\left(\frac{S'}{S}\right) + \ln\left(\frac{PU'_{US\$}}{PU_{US\$}}\right) \quad (6) \end{aligned}$$

Segundo a última expressão, a variação do preço do papel cambial é dada pela variação conjunta do Dólar à vista e do cupom cambial, isto é, os *fatores de risco*.

⁵ Alternativamente, os *fatores de risco* poderiam ser chamados de *ativos primitivos*, isto é, ativos de cujos valores originam-se os valores dos derivativos.

Opção sobre Dólar à Vista

Neste último exemplo, supomos uma opção europeia de compra sobre o Dólar à vista. Segundo o modelo de Garman Kohlhagen (1983)⁶, o preço da opção é uma função de 6 variáveis:

$$call = f(S, E, T, pre, c, \sigma) \quad (7)$$

onde:

call = preço da opção de compra

S = Dólar à vista

E = preço de exercício da opção

T = prazo para o vencimento da opção

pre = taxa pré com prazo igual a *T*

c = taxa de cupom cambial com prazo igual a *T*

σ = volatilidade do Dólar à vista

Modificações nos valores de *S*, *pre*, *c* e σ conduzem a modificações no preço da opção. Supomos que *call'*, *S'*, *pre'*, *c'* e σ' sejam os novos valores das variáveis após o surgimento de novas notícias. Utilizando uma expansão por série de Taylor até a ordem que se julgar necessária, escrevemos a variação do preço da opção em função da variação dos fatores de risco:

$$call' - call \cong$$

$$\cong \text{delta} \cdot (S' - S) + \frac{1}{2} \text{gamma} \cdot (S' - S)^2 + \text{rho}_1 \cdot (pre' - pre) + \text{rho}_2 \cdot (c' - c) + \text{vega}_1 \cdot (\sigma' - \sigma) + \frac{1}{2} \text{vega}_2 \cdot (\sigma' - \sigma)^2 \quad (8)$$

onde

delta = primeira derivada de *f*(.) em relação a *S*

gamma = segunda derivada de *f*(.) em relação a *S*

*rho*₁ = primeira derivada de *f*(.) em relação a *pre*

*rho*₂ = primeira derivada de *f*(.) em relação a *c*

*vega*₁ = primeira derivada de *f*(.) em relação a σ

*vega*₂ = segunda derivada de *f*(.) em relação a σ

Segundo a expressão (8), a variação do preço da opção é dada pela variação conjunta de seus fatores de risco, dentre eles a volatilidade do ativo objeto. Como se nota, a relação de dependência não necessariamente é linear.

Quadro Geral

A tabela que apresentamos a seguir relaciona os principais ativos negociados por instituições financeiras brasileiras a seus *fatores de risco*:

⁶ O modelo de Garman-Kohlhagen é, em essência, uma adaptação do modelo de Black-Scholes (1973) para opções sobre moedas estrangeiras.

Tabela 4 - Relação entre os principais contratos e os fatores de risco. Coluna da Esquerda: Principais Contratos -- Linha Superior: Fatores de Risco

| | Estruturas a Termo | | Mercados à Vista | | | | Volatilidade |
|--|--------------------|-------|------------------|-------------|---------------|---------|--------------|
| | Pre | Cupom | Dólar à vista | Bolsa Local | Bolsa Externa | Bradies | |
| Futuros de Dólar | ● | ● | ● | | | | |
| Opções de Dólar | * | * | ● | | | | ● |
| Papéis Cambiais | | ● | ● | | | | |
| Futuros de DI, CDBs, swaps pré, Papéis pré | ● | | | | | | |
| Ações Locais | | | | ● | | | |
| Futuros, Termos de Ações | ● | | | ● | | | |
| Opções de Ações | * | | | ● | | | ● |
| Ações Externas | | | | | ● | | |
| Bradies | | | | | | ● | |

As casas marcadas com bola preta indicam relações de dependência importantes, que não devem ser omitidas. Aquelas marcadas com asterisco indicam relações mais fracas que, em muitas aplicações práticas, podem ser ignoradas⁷.

De maneira resumida, a *decomposição* de uma carteira em seus *fatores de risco* equivale à *soma vertical* das colunas da tabela 4. Nesta soma, obtemos a exposição total em relação às taxas de juros (devidamente agrupadas em vértices temporais fixos), a exposição total em relação aos mercados à vista e a exposição total em relação à volatilidade dos ativos.

Com o intuito de exemplificar o método de decomposição, supomos uma carteira com três posições:

- (i) Posição de R\$ 10.000.000 comprada em um papel cambial (prazo de 34 dias)
- (ii) Posição de R\$ 6.000.000 comprada em PU de futuro de DI (prazo de 216 dias)
- (iii) Posição de R\$ 4.000.000 comprada em futuro de Ibovespa (prazo de 49 dias)

⁷ Tal é o caso, por exemplo, da sensibilidade das opções em relação à taxa de juros, em especial quando o prazo para o vencimento das mesmas for relativamente reduzido.

Tabela 5 - Mapeamento no Dólar

| mercado | vértice | preço | taxa | posição |
|---------|---------|--------|------|------------|
| DÓLAR | spot | 1,8070 | | 10,000,000 |

Tabela 6 - Mapeamento no Ibovespa à Vista

| mercado | vértice | preço | taxa | posição |
|---------|---------|--------|------|-----------|
| IBV | spot | 15,440 | | 4,000,000 |

Tabela 7 - Mapeamento na Curva Pré

| mercado | vértice | preços | taxas | posições |
|---------|---------|-----------|--------|-------------|
| PRÉ_CDI | 30 | 98,593.15 | 18.53% | (1,466,667) |
| PRÉ_CDI | 60 | 97,144.76 | 18.98% | (2,533,333) |
| PRÉ_CDI | 90 | 95,728.81 | 19.08% | 0 |
| PRÉ_CDI | 120 | 94,308.46 | 19.22% | 0 |
| PRÉ_CDI | 180 | 91,462.50 | 19.54% | 3,600,000 |
| PRÉ_CDI | 270 | 87,308.63 | 19.84% | 2,400,000 |
| PRÉ_CDI | 360 | 83,317.75 | 20.02% | 0 |
| PRÉ_CDI | 720 | 68,902.01 | 20.47% | 0 |
| PRÉ_CDI | 1080 | 56,909.49 | 20.67% | 0 |
| PRÉ_CDI | 1440 | 47,004.29 | 20.77% | 0 |
| PRÉ_CDI | 1800 | 39,148.53 | 20.63% | 0 |

Tabela 8 - Mapeamento na Curva de Cupom Cambial

| mercado | vértice | preços | taxas | posições |
|---------|---------|-----------|--------|-----------|
| CLIPOM | 30 | 99,346.64 | 7.89% | 8,666,667 |
| CLIPOM | 60 | 98,746.35 | 7.62% | 1,333,333 |
| CLIPOM | 90 | 98,020.77 | 8.08% | 0 |
| CLIPOM | 120 | 97,318.38 | 8.27% | 0 |
| CLIPOM | 180 | 95,865.93 | 8.62% | 0 |
| CLIPOM | 270 | 93,590.10 | 9.13% | 0 |
| CLIPOM | 360 | 91,102.62 | 9.77% | 0 |
| CLIPOM | 720 | 81,999.58 | 10.98% | 0 |
| CLIPOM | 1080 | 73,665.20 | 11.92% | 0 |
| CLIPOM | 1440 | 66,090.04 | 12.63% | 0 |
| CLIPOM | 1800 | 59,473.93 | 13.63% | 0 |

A posição em papel cambial é decomposta em dólar à vista (tabela 5) e curva de cupom cambial (tabela 8) (vide equação (6)). Como o prazo do título não coincide com nenhum dos vértices da curva de cupom, ele é linearmente dividido entre os dois vértices adjacentes, isto é, os de 30 e 60 dias. Pela mesma razão, a posição em futuro de DI é dividida entre os vértices de 180 e 270 dias da curva de taxa pré (tabela 7). Por fim, a posição em futuro de Ibovespa transformou-se em Ibovespa à vista (tabela 6) e curva de taxa pré (tabela 7, vértices de 30 e 60 dias).

IV.2 - Determinação de um Conjunto de Cenários para cada Fator de Risco

A decomposição de todos os ativos transacionados em *fatores de risco* demonstra que o preço dos mesmos varia na medida em que os *fatores* também variam. A questão crucial de todo modelo de Stress consiste em determinar cenários para cada fator, individualmente, e depois para todos os fatores, em conjunto. Sem dúvida, esta segunda tarefa é a mais complexa de todas e, conforme já argumentamos, os resultados gerados pelo modelo são extremamente sensíveis em relação à forma como é feita.

Nesta seção, nos preocuparemos apenas com os cenários de cada fator quando visto isoladamente. Na seção seguinte, mostraremos de que forma os cenários são combinados entre si. Argumentaremos que a forma pela qual isto é feito reduz o grau de subjetividade da análise, ao mesmo tempo em que aumenta drasticamente o número de combinações analisadas, sem implicar maior complexidade computacional ou analítica.

Em todos os exemplos que desenvolvemos utilizamos 11 cenários para cada fator de risco: 5 cenários de queda de preço, 5 de alta e 1 onde não ocorre variação alguma. A

escolha do número 11 é arbitrária. Seria igualmente possível trabalhar com 5, 21 ou 200 cenários para cada fator. Conforme se tornará claro mais adiante, o tempo computacional de processamento pouco é afetado pela escolha do número de cenários.

Na tabela seguinte, apresentamos um exemplo que ilustra 11 cenários para o *fator de risco* dólar à vista. No cenário -5 o preço da moeda sofre uma redução de 10%. Nos cenários -4, -3, -2 e -1 as reduções são progressivamente menores. Os cenários 1, 2, 3, 4 e 5 correspondem a elevações do preço, até um máximo de 15%.

Tabela 9: Exemplo de Cenário para o Dólar à Vista

| Dólar Pronto | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | -10.00% | -8.00% | -6.00% | -4.00% | -2.00% | 0.00% | 3.00% | 6.00% | 9.00% | 12.00% | 15.00% |

Na próxima tabela ilustramos um conjunto de cenários para a curva de juros (taxa pré):

Tabela 10: Exemplo de Cenário para a Curva de Juros

| PRÉ_CDI | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|---------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 30 | 16.83% | 17.21% | 17.58% | 17.95% | 18.33% | 18.70% | 20.20% | 21.69% | 23.19% | 24.69% | 26.18% |
| 60 | 16.91% | 17.29% | 17.67% | 18.04% | 18.42% | 18.79% | 20.30% | 21.80% | 23.30% | 24.81% | 26.31% |
| 90 | 17.11% | 17.49% | 17.87% | 18.25% | 18.63% | 19.01% | 20.53% | 22.05% | 23.57% | 25.09% | 26.61% |
| 120 | 17.28% | 17.66% | 18.05% | 18.43% | 18.82% | 19.20% | 20.74% | 22.27% | 23.81% | 25.34% | 26.88% |
| 180 | 17.60% | 18.00% | 18.39% | 18.78% | 19.17% | 19.56% | 21.13% | 22.69% | 24.25% | 25.82% | 27.38% |
| 270 | 17.89% | 18.29% | 18.69% | 19.09% | 19.48% | 19.88% | 21.47% | 23.06% | 24.65% | 26.25% | 27.84% |
| 360 | 18.04% | 18.44% | 18.84% | 19.24% | 19.64% | 20.04% | 21.65% | 23.25% | 24.85% | 26.46% | 28.06% |
| 720 | 18.26% | 18.66% | 19.07% | 19.48% | 19.88% | 20.29% | 21.91% | 23.53% | 25.16% | 26.78% | 28.40% |
| 1080 | 18.33% | 18.74% | 19.15% | 19.55% | 19.96% | 20.37% | 22.00% | 23.63% | 25.26% | 26.88% | 28.51% |
| 1440 | 18.37% | 18.78% | 19.18% | 19.59% | 20.00% | 20.41% | 22.04% | 23.67% | 25.31% | 26.94% | 28.57% |
| 1800 | 18.21% | 18.62% | 19.02% | 19.43% | 19.83% | 20.24% | 21.85% | 23.47% | 25.09% | 26.71% | 28.33% |

As curvas estão sendo expressas em termos de taxas anualizadas. O cenário 0 corresponde à curva de mercado vigente na data em que o trabalho foi escrito. Nos cenários 1, 2, 3, 4 e 5 esta curva é deslocada paralelamente para cima. Nos demais ela se desloca para baixo. Caso quiséssemos, poderíamos incluir deslocamentos não paralelos, das mais variadas formas⁸.

Do ponto de vista computacional, é mais útil escrever a tabela 10 sob a forma de variação percentual do PU:

Tabela 11: Exemplo de Cenário para a Curva de Juros - Variações Percentuais do PU

| PRÉ_CDI | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|---------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 30 | 0.13% | 0.11% | 0.08% | 0.05% | 0.03% | 0.00% | -0.10% | -0.21% | -0.31% | -0.41% | -0.51% |
| 60 | 0.27% | 0.21% | 0.16% | 0.11% | 0.05% | 0.00% | -0.21% | -0.42% | -0.62% | -0.82% | -1.02% |
| 90 | 0.40% | 0.32% | 0.24% | 0.16% | 0.08% | 0.00% | -0.32% | -0.63% | -0.94% | -1.24% | -1.54% |
| 120 | 0.54% | 0.43% | 0.32% | 0.22% | 0.11% | 0.00% | -0.43% | -0.84% | -1.26% | -1.66% | -2.06% |
| 180 | 0.83% | 0.66% | 0.49% | 0.33% | 0.16% | 0.00% | -0.65% | -1.28% | -1.91% | -2.52% | -3.12% |
| 270 | 1.26% | 1.01% | 0.75% | 0.50% | 0.25% | 0.00% | -0.98% | -1.95% | -2.88% | -3.80% | -4.70% |
| 360 | 1.70% | 1.35% | 1.01% | 0.67% | 0.34% | 0.00% | -1.32% | -2.60% | -3.85% | -5.07% | -6.26% |
| 720 | 3.46% | 2.75% | 2.05% | 1.36% | 0.68% | 0.00% | -2.64% | -5.19% | -7.63% | -9.98% | -12.24% |
| 1080 | 5.25% | 4.17% | 3.11% | 2.06% | 1.02% | 0.00% | -3.95% | -7.70% | -11.26% | -14.63% | -17.84% |
| 1440 | 7.08% | 5.61% | 4.17% | 2.76% | 1.37% | 0.00% | -5.24% | -10.15% | -14.74% | -19.04% | -23.08% |
| 1800 | 8.86% | 7.01% | 5.21% | 3.44% | 1.70% | 0.00% | -6.47% | -12.44% | -17.96% | -23.07% | -27.80% |

⁸ Os deslocamentos paralelos são abordados, de forma mais geral, na última parte do trabalho.

Os cenários para os demais fatores de risco são construídos de forma análoga.

Na seção anterior, mostramos como obter a exposição total da carteira em relação a cada um dos *fatores de risco*. Se multiplicarmos esta exposição pela variação percentual do fator, obteremos a variação do preço da carteira em função da variação do fator considerado, *supondo que todos os demais permaneçam constantes*⁹. A tabela que chamamos de *quadro de resultados parciais* apresenta esta informação em relação a todos os fatores e todos os cenários. Com base no exemplo anteriormente apresentado, temos o seguinte *quadro de resultados parciais*:

Tabela 12 - Exemplo do Quadro de resultados parciais

| RESULTADOS PARCIAIS | | | | | | | | | | | |
|---------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Dólar Pronto | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| | (1.000,000) | (800,000) | (600,000) | (400,000) | (200,000) | 0 | 200,000 | 400,000 | 600,000 | 800,000 | 1.000,000 |
| PRÉ_CDI | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | 51,296 | 40,919 | 30,602 | 20,343 | 10,143 | 0 | (48,806) | (78,131) | (117,404) | (154,854) | (191,508) |
| CUPOM | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | 22,054 | 17,635 | 13,220 | 8,809 | 4,402 | 0 | (11,770) | (23,540) | (35,217) | (46,894) | (58,570) |
| Bolsa Local | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | (1.200,000) | (960,000) | (720,000) | (480,000) | (240,000) | 0 | 160,000 | 320,000 | 480,000 | 640,000 | 800,000 |
| Brades | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Bolsa Externa | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Outros | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

O *quadro de resultados parciais* é composto por várias régua, cada uma correspondente a um fator de risco distinto. Cada régua apresenta a variação de valor da carteira em função da variação do fator, supondo que todos os demais permaneçam constantes.

Vejamos, por exemplo, a régua do fator Dólar, cenário -5. Se o dólar à vista cair 10% e ao mesmo tempo todos os demais fatores permanecerem “congelados”, então a carteira sofrerá uma perda de valor de R\$1.000.000. O mesmo tipo de raciocínio se aplica a todas as demais régua.

⁹ No caso das opções, como discutiremos detalhadamente mais à frente, também é necessário considerar os termos de segunda ordem.

No mundo real, a situação mais comum será aquela na qual todos os *fatores de risco* se movem simultaneamente, possivelmente em distintas direções e magnitudes. O dólar pode se mover, por exemplo, para o cenário 3, a curva de juros para o 5, a curva de cupom cambial para o 1 e o Ibovespa para o -2. O resultado final da carteira será dado pela **soma** dos valores das régua correspondentes a cada um dos fatores e cada um dos cenários.

A obtenção do resultado final da carteira, ao invés de resultados parciais, nos remete ao problema da combinação de cenários entre fatores distintos. Abordamos este tema na próxima seção.

IV.3 - Determinação das Regiões Macroeconomicamente Plausíveis

No ponto em que estamos, já somos capazes de utilizar o novo modelo de Teste de Stress para obter os resultados gerados pelo modelo tradicional, o que mostra que este último é um *caso particular* do primeiro.

Conforme já argumentado, os modelos tradicionais costumam trabalhar com dois cenários extremos e opostos: um totalmente *bullish* e outro totalmente *bearish*. Em termos do novo modelo, estes dois cenários corresponderiam à identificação, no *quadro de resultados parciais*, dos movimentos de preço apropriados e, posteriormente, à soma dos resultados parciais. No caso do cenário *bullish*, por exemplo, teríamos:

fator dólar: cenário -5, resultado parcial de -R\$ 1.000.000
fator pré: cenário -5, resultado parcial de R\$ 51.296
fator cupom: cenário -5, resultado parcial de R\$ 22.054
fator Ibovespa: cenário +5, resultado parcial de R\$ 800.000

Resultado Total = -1.000.000 + 51.296 + 22.054 + 800.000 = -R\$ 126.650

A seguir mostraremos de que maneira o novo modelo responde às críticas feitas ao modelo tradicional na parte III deste trabalho.

Conforme já enfatizado, os resultados do modelo tradicional são extremamente sensíveis em relação às combinações específicas de preços que se postulam e que, no mais das vezes, são totalmente subjetivas. Uma forma de eliminar, por completo, esta subjetividade, consiste em *fazer com que cada fator de risco se “mova” na direção do cenário mais prejudicial para a carteira*. Em termos do *quadro de resultados parciais*, isto equivale a realizar a **soma dos resultados parciais mínimos**.

No exemplo apresentado, a soma dos mínimos produz um valor igual a -R\$ 2.450.049. Este número representa o pior resultado que pode ser sofrido pela carteira dentro dos limites de oscilação máximo e mínimo de cada fator de risco. Qualquer outra combinação de preços levará a um resultado melhor.

É importante notar que, na tabela 12, estamos trabalhando com 7 fatores de risco e 11 cenários para cada um deles. Em termos do modelo tradicional, isto equivaleria a um total de 19.487.171 (11^7) de combinações de preços distintas. No novo modelo, graças à decomposição de todos os ativos em fatores, somos capazes de encontrar a pior combinação existente sem que todas elas tenham de ser realmente calculadas.

Quando pesquisamos os mínimos dentro de cada *régua*, permitimos que os fatores de risco façam um “zigue-zague” dentro do *quadro de resultados finais*. Por um lado, isto nos permite eliminar a subjetividade da combinação de preços mas, por outro, pode resultar em cenários extremamente improváveis do ponto de vista macroeconômico. No exemplo apresentado, a soma dos mínimos equivaleria a um cenário onde o dólar desaba (*bullish*) ao mesmo tempo em que os juros sofrem forte alta (*bearish*).

As *regiões macroeconomicamente plausíveis* são sub-divisões do *quadro de resultados parciais* que delimitam as combinações de preços permitidas. Dentro de cada região, todos os fatores podem “zigueaguear” livremente, sempre em direção ao pior caso para a carteira, com o intuito de se minimizar o grau de subjetividade. As delimitações das regiões, no entanto, excluem a possibilidade de combinações de preços implausíveis.

Para tornar a idéia mais concreta, criamos várias regiões para o exemplo já apresentado. As duas tabelas abaixo representam duas destas regiões:

Tabela 13

| Mercado "Melhora" | | | |
|-------------------|--------------|------------|-------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (825,455) |
| Dólar | -5 | -1 | (1,000,000) |
| Pre | -5 | -1 | 10,143 |
| Cupom | -5 | -1 | 4,402 |
| Bradies | 1 | 5 | 0 |
| Bolsa Loc | 1 | 5 | 160,000 |
| Bolsa Ext | 1 | 5 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

Tabela 14

| Mercado "Piora" | | | |
|-----------------|--------------|------------|-------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (1,158,848) |
| Dólar | 1 | 5 | 300,000 |
| Pre | 1 | 5 | (191,508) |
| Cupom | 1 | 5 | (58,538) |
| Bradies | -5 | -1 | 0 |
| Bolsa Loc | -5 | -1 | (1,200,000) |
| Bolsa Ext | -5 | -1 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

As tabelas da esquerda e da direita correspondem, respectivamente, a hipóteses de melhora e piora das expectativas e delimitam combinações de preços possíveis. Na da esquerda, por exemplo, permitimos que o *fator* dólar varie entre os cenários -5 e -1 e, dentro desta região, escolhemos o mínimo *resultado parcial*, igual a -R\$ 1.000.000. No caso do fator Ibovespa¹⁰, permitimos que varie entre os cenários 1 e 5 e, dentro desta região, obtemos um mínimo igual a R\$ 160.000. A soma dos mínimos da região delimitada é igual a -R\$ 825.455. Na tabela da direita, por sua vez, não permitimos que o dólar “exploda” ao mesmo tempo que os juros “desabam”. Dentro da região delimitada, no entanto, o modelo sempre escolherá a pior combinação possível, minimizando assim a subjetividade inerente à escolha das regiões.

Dentre as várias *regiões macroeconomicamente plausíveis* definidas pelo Comitê de Risco, o modelo selecionará aquela capaz de gerar a maior perda. A soma dos mínimos desta região será definida como o *risco de mercado* da carteira em termos do modelo de stress. A soma dos mínimos de todo o *quadro de resultados parciais* é chamada de *pior caso possível*. Os dois números devem ser reportados à diretoria da instituição.

As tabelas 13 e 14 são uma maneira conveniente de reportar os resultados que podem ser obtidos pelo modelo. Para reportar o *pior caso possível* teríamos:

¹⁰ Na tabela chamado de Bolsa Local.

Tabela 15

| Pior Resultado Possível | | | |
|--------------------------------|--------------|------------|--------------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (2,458,049) |
| Dólar | -5 | 5 | (1,000,000) |
| Pre | -5 | 5 | (191,509) |
| Cupom | -5 | 5 | (58,539) |
| Bradies | -5 | 5 | 0 |
| Bolsa Loc | -5 | 5 | (1,200,000) |
| Bolsa Ext | -5 | 5 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

Os resultados do modelo tradicional equivaleriam às duas tabelas abaixo, onde torna-se nítido o tipo de restrição que estes modelos impõem:

Tabela 16

| Totalmente "Bullish" | | | |
|-----------------------------|--------------|------------|------------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (126,658) |
| Dólar | -5 | -5 | (1,000,000) |
| Pre | -5 | -5 | 51,296 |
| Cupom | -5 | -5 | 22,054 |
| Bradies | 5 | 5 | 0 |
| Bolsa Loc | 5 | 5 | 800,000 |
| Bolsa Ext | 5 | 5 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

Tabela 17

| Totalmente "Bearish" | | | |
|-----------------------------|--------------|------------|---------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | 49,951 |
| Dólar | 5 | 5 | 1,500,000 |
| Pre | 5 | 5 | (191,509) |
| Cupom | 5 | 5 | (58,539) |
| Bradies | -5 | -5 | 0 |
| Bolsa Loc | -5 | -5 | (1,200,000) |
| Bolsa Ext | -5 | -5 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

Por fim, apresentamos também duas regiões onde a variação *direcional* dos ativos é relativamente pequena mas o sinal das correlações históricas entre os mesmos não é, necessariamente, respeitado:

Tabela 18

| Mercado "Intermediário 1" | | | |
|----------------------------------|--------------|------------|------------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (982,648) |
| Dólar | -2 | 2 | (400,000) |
| Pre | -2 | 2 | (79,131) |
| Cupom | -2 | 2 | (23,509) |
| Bradies | -2 | 2 | 0 |
| Bolsa Loc | -2 | 2 | (480,000) |
| Bolsa Ext | -2 | 2 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

Tabela 19

| Mercado "Intermediário 2" | | | |
|----------------------------------|--------------|------------|--------------------|
| | Cen. Inicial | Cen. Final | Resultado |
| Total | | | (1,472,628) |
| Dólar | -3 | 3 | (500,000) |
| Pre | -3 | 3 | (117,404) |
| Cupom | -3 | 3 | (35,217) |
| Bradies | -3 | 3 | 0 |
| Bolsa Loc | -3 | 3 | (720,000) |
| Bolsa Ext | -3 | 3 | 0 |
| Outros | -5 | 5 | 0 |

V - Tópicos Especiais

Na parte final deste artigo, mostraremos que o novo modelo de Teste de Stress pode ser facilmente adaptado para tratar, adequadamente, dos seguintes tipos de risco:

- (i) Risco de opções
- (ii) Risco de Variação da Qualidade de Crédito da Contraparte
- (iii) Risco de Bradies e Globals
- (iv) Risco de Deslocamentos não Paralelos da Curva de Juros ou de Cupom

V.1 - Risco de Opções

Na seção IV.1 deste trabalho, mostramos que a variação do prêmio de uma opção pode ser escrita em função da variação do ativo objeto, da volatilidade e da taxa de juros:

$$\begin{aligned}
 call' - call &\cong \\
 &\cong \text{delta} \cdot (S' - S) + \frac{1}{2} \text{gamma} \cdot (S' - S)^2 + \text{rho}_1 \cdot (pre' - pre) + \text{rho}_2 \cdot (c' - c) + \text{vega}_1 \cdot (\sigma' - \sigma) + \frac{1}{2} \text{vega}_2 \cdot (\sigma' - \sigma)^2
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

onde a notação é a mesma que foi utilizada naquela seção.

Opções cujo prazo para o vencimento é curto apresentam sensibilidade à taxa de juros relativamente reduzida. Em vista disso, com o intuito de simplificar a análise, retiramos da expressão (9) os termos ligados a rho_1 e rho_2 :

$$\begin{aligned}
 call' - call &\cong \\
 &\cong \text{delta} \cdot (S' - S) + \frac{1}{2} \text{gamma} \cdot (S' - S)^2 + \text{vega}_1 \cdot (\sigma' - \sigma) + \frac{1}{2} \text{vega}_2 \cdot (\sigma' - \sigma)^2 = \\
 &= \left[\text{delta} \cdot S \cdot r' + \frac{1}{2} \text{gamma} \cdot S^2 \cdot r'^2 \right] + \left[\text{vega}_1 \cdot (\sigma' - \sigma) + \frac{1}{2} \text{vega}_2 \cdot (\sigma' - \sigma)^2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{9'}$$

onde $r' = (S'/S) - 1$

Suponhamos, por exemplo, uma *call* europeia sobre dólar, *at-the-money*, com preço de exercício 1,807 R\$/US\$ e prazo para o vencimento de 60 dias. As duas tabelas abaixo ilustram os cenários para os fatores de risco dólar e volatilidade do dólar:

Tabela 20 - Cenários para o Dólar à Vista

| Dólar Pronto | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | -10.00% | -8.00% | -6.00% | -4.00% | -2.00% | 0.00% | 3.00% | 6.00% | 9.00% | 12.00% | 15.00% |

Tabela 21 - Cenários para a Volatilidade do Dólar

| Volatilidade Dólar | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | -50.00% | -40.00% | -30.00% | -20.00% | -10.00% | 0.00% | 10.00% | 20.00% | 30.00% | 40.00% | 50.00% |

O significado da tabela 20 já foi explicado em seção anterior deste trabalho. A tabela 21, por sua vez, apresenta cenários para a *variação da volatilidade do dólar*. Suponhamos, por exemplo, que a volatilidade corrente do dólar seja igual a 8% ao ano. Neste caso, o cenário 5 significa que a volatilidade se eleva para 12%, enquanto o cenário -5 que ela se reduz para 4%.

Dados os cenários das tabelas 20 e 21, utilizamos o primeiro termo entre colchetes da expressão (9') para calcular os resultados parciais do fator dólar e o segundo termo entre colchetes para o cálculo dos resultados parciais do fator volatilidade¹¹:

Tabela 22 - Resultados Parciais Relativos ao Fator Dólar - Medidos por meio de Delta e Gamma

| Delta | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| Gamma | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | (0.1263) | (0.1048) | (0.0917) | (0.0864) | (0.8292) | 0.0000 | 0.0475 | 0.0394 | 0.1557 | 0.2165 | 0.2817 |

Tabela 23 - Resultados Parciais Relativos ao Fator Volatilidade do Dólar - Medidos por meio de Vega 1 e Vega 2.

| VEGA1 | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | cenário | |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| VEGA2 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | (0.0075) | (0.0066) | (0.0054) | (0.0033) | (0.0021) | 0.0000 | 0.0024 | 0.0051 | 0.0081 | 0.0114 | 0.0151 |

Conforme já explicado em seção anterior, o pior caso possível para a carteira é dado pela soma dos resultados parciais mínimos, situação na qual os fatores de risco se movem livremente, sempre em detrimento do resultado final da carteira. No exemplo acima, os piores resultados parciais seriam: dólar recuando até o cenário -5, volatilidade recuando até o cenário -5. Nesse caso, o prêmio da opção sofreria um declínio igual a R\$0.1263 + R\$0.0075 = R\$0.1338.

Como nas seções anteriores, a exclusão de combinações improváveis entre os fatores é feita por meio da definição de *regiões macroeconomicamente plausíveis*.

Ao contrário dos modelos de Teste de Stress tradicionais, a técnica descrita nesta seção, quando aplicada a toda uma carteira de opções, é capaz de capturar o risco de posições complexas, tais como *spreads* de alta e baixa, *boxes*, *strangles*, *butterflies*, *butterflies* invertidos, etc.

V.2 - Risco de Variação da Qualidade de Crédito da Contraparte

Para vermos de que forma é possível tratar o risco de mercado decorrente do risco de variação da qualidade de crédito de uma instituição emissora de bônus privado, definimos a seguinte notação:

VF = valor de face ou de resgate do bônus emitido pela empresa

VP = valor presente do bônus

r = taxa de juros livre de risco de crédito

s = *spread* sobre a taxa livre de risco, cobrado da empresa devido ao fato da mesma apresentar maior risco de crédito

Escrevemos o valor presente do título da seguinte forma:

$$VP = \frac{VF}{(1+r)(1+s)} \quad (10)$$

¹¹ No exemplo em questão, calculamos Delta = 0.8350, Gamma = 1.5085, Vega1 = 0.2815 e Vega2 = 4.7424. Derivamos a fórmula de Vega2, que normalmente não é encontrada em livros-texto. Nos casos em que não há fórmula disponível, Vega2 pode ser calculado por meio de uma aproximação numérica.

Supomos que VP' , r' e s' sejam os novos valores das variáveis após o surgimento de novas notícias. A variação percentual do preço do título é dada por:

$$\frac{VP'}{VP} - 1 \cong \ln\left(\frac{VP'}{VP}\right) \quad (11)$$

Substituindo (10) em (11) obtemos:

$$\ln\left(\frac{VP'}{VP}\right) = \ln\left(\frac{1+r}{1+r'}\right) + \ln\left(\frac{1+s}{1+s'}\right) \quad (12)$$

Conforme demonstra a expressão (12), o risco de mercado do bônus corporativo pode ser decomposto em duas partes: risco de taxa de juros dos títulos públicos e risco de variação do *spread* corporativo. No modelo de Teste de Stress, estas duas variáveis são tratadas como *fatores de risco*. O método de análise exposto nas últimas seções é aplicado de forma totalmente análoga.

V.3 - Risco de Bradies e Globals

O risco dos *Bradies* e *Globals* pode ser tratado de forma semelhante ao dos bônus corporativos. Como se sabe, o *yield* destes papéis costuma ser decomposto em duas partes: *yield* da *treasury* utilizada como referencial e *spread over treasury*. No modelo de Stress, *treasury* e *spread over treasury* são tratados como *fatores de risco*. Conhecendo todo o fluxo de caixa do papel, é possível calcular os parâmetros de sensibilidade do preço em relação a alterações da *treasury* e do *spread over treasury*. O método de análise exposto nas últimas seções é aplicado de forma totalmente análoga.

V.4 - Risco de Deslocamento não Paralelo da Curva de Juros ou de Cupom Cambial

Como se sabe, a curva de juros pode sofrer alterações das mais variadas formas, não apenas deslocamentos paralelos. Operações de venda/compra de PU “curto” e compra/venda de “longo” podem ser muito sensíveis em relação a alterações da *inclinação* da curva de juros e praticamente insensíveis a alterações de seu *nível*.

Os modelos de Teste de Stress tradicionais possuem grande dificuldade para lidar com o risco de deslocamentos não paralelos da curva de juros, devido à enorme quantidade de formas que esta pode assumir: variação do nível, variação da inclinação, variação da curvatura e todas as combinações possíveis quando nível, inclinação e curvatura se alteram *simultaneamente*.

Nesta seção, mostramos como o novo modelo de Teste de Stress pode ser utilizado para analisar o risco de deslocamentos variados da curva de juros, reduzindo drasticamente o grau de subjetividade presente nos modelos tradicionais.

Seja $r(t)$ a taxa de juros pré-fixada, com prazo para o vencimento igual a t . Para efeito do Teste de Stress, o formato da curva de juros, entendida como a função que relaciona r a t , pode ser relativamente bem aproximado por meio de uma função quadrática¹²:

$$r(t) = a_0 + a_1.t + a_2.t^2 \quad (13)$$

Na expressão (13), os coeficientes a_0 , a_1 e a_2 representam, respectivamente, o *nível*, a *inclinação* e a *curvatura* da curva de juros. De posse da curva completa numa determinada data, o valor dos parâmetros a_0 , a_1 e a_2 pode ser estimado por *mínimos quadrados ordinários*¹³.

O valor presente de um título que paga 1R\$, t períodos à frente, é dado por:

$$PU(t) = e^{-r(t).(t/252)} = e^{-(a_0+a_1t+a_2t^2).(t/252)} \quad (14)$$

Supomos que $PU(t)'$, $r(t)'$, a_0' , a_1' e a_2' sejam os novos valores das variáveis após o surgimento de novas notícias. A variação percentual do preço do título pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{PU(t)'}{PU(t)} - 1 \cong \ln\left(\frac{PU(t)'}{PU(t)}\right) \quad (15)$$

Substituindo (14) em (15) obtemos:

$$\ln\left(\frac{PU(t)'}{PU(t)}\right) = (a_0 - a_0') + (a_1 - a_1').t + (a_2 - a_2').t^2 \quad (16)$$

Na última expressão, observamos que a variação percentual do PU é uma função da variação do nível (a_0), da inclinação (a_1) e da curvatura (a_2) da curva de juros. A combinação da variação destes três fatores resultará na variação total do PU .

No modelo de Teste de Stress, decompomos a curva de juros em três fatores de risco distintos: nível, inclinação e curvatura. Construímos cenários para cada um destes fatores e obtemos os *resultados parciais* da carteira em relação a cada um deles. A soma dos *resultados parciais mínimos* equivale a encontrar o pior formato possível para a curva de juros em relação à carteira sob análise. A definição de *regiões plausíveis* pode ser utilizada para descartar formatos improváveis.

Para exemplificar, apresentamos, na tabela abaixo, a curva de juros observada numa determinada data:

¹² Caso necessário, para se obter melhor aproximação, seria igualmente possível utilizar uma função cúbica ou de grau ainda maior.

¹³ Por razões numéricas, costuma ser mais fácil estimar a função $r(t) = a_0 + 10^{-1}. a_1.t + 10^{-2}. a_2.t^2$, ao invés de $r(t) = a_0 + a_1.t + a_2.t^2$. Conceitualmente, no entanto, não há diferença entre os dois casos.

Tabela 24 - Curva de Juros

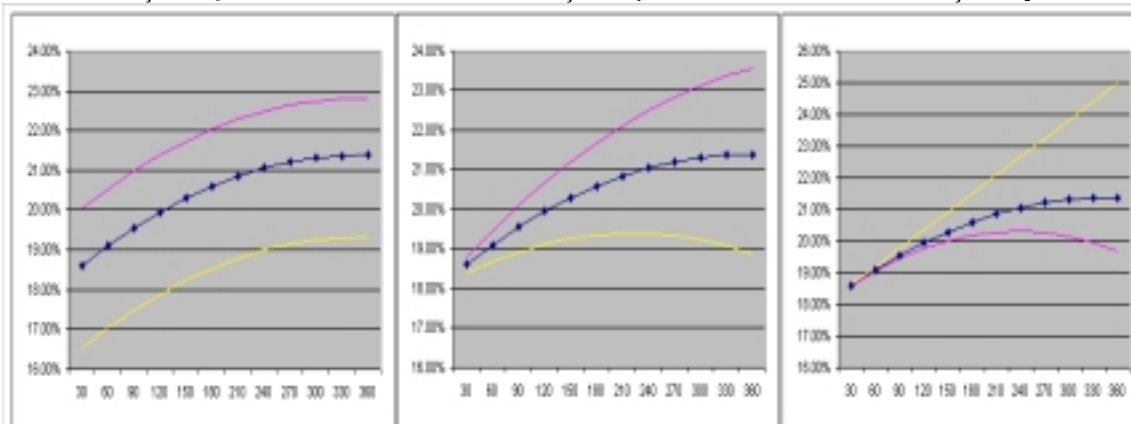
| Prazo | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 | 270 | 300 | 330 | 360 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| PRE | 18,60% | 19,10% | 19,55% | 19,95% | 20,30% | 20,60% | 20,85% | 21,05% | 21,20% | 21,30% | 21,35% | 21,40% |

Os coeficientes a_0 , a_1 e a_2 que melhor descrevem a curva são dados por $a_0 = 0.1806$, $a_1 = 0.001893$ e $a_2 = -0.000027$. A curva de juros estimada pela equação (13) é praticamente igual à curva observada na tabela 24. Nos três gráficos abaixo, mostramos o que acontece com a curva quando variamos os coeficientes, um por vez:

Gráfico 1 - Variação de a_0

Gráfico 2 - Variação de a_1

Gráfico 3 - Variação de a_2



Nos três gráficos, a linha marcada representa a curva de juros original. No gráfico 1, o coeficiente a_0 variou entre 0.195 e 0.16 de forma a alterar o nível da curva. No gráfico 2, a_1 variou entre 0.0012 e 0.0025 de forma a alterar a inclinação. No gráfico 3, por fim, a_2 variou entre -0.00004 e 0.000001 de forma a alterar a curvatura.

As três tabelas abaixo constituem cenários para os fatores de risco nível, inclinação e curvatura da curva de juros:

Tabela 25 - Cenários para o Nível da Curva de Juros

| Nível a_0 | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 0.1608 | 0.1641 | 0.1683 | 0.1726 | 0.1765 | 0.1806 | 0.1835 | 0.1864 | 0.1893 | 0.1921 | 0.1958 |

Tabela 26 - Cenários para a Inclinação da Curva de Juros

| Inclinação a_1 | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 0.0012 | 0.0013 | 0.0015 | 0.0016 | 0.0018 | 0.001893 | 0.0020 | 0.0021 | 0.0023 | 0.0024 | 0.0025 |

Tabela 27 - Cenários para a Curvatura da Curva de Juros

| Curvatura a_2 | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| | (0.00004) | (0.000037) | (0.000035) | (0.000032) | (0.000028) | (0.000027) | (0.000021) | (0.000016) | (0.000016) | (0.000015) | 0.000001 |

A fórmula (16), em conjunto com os cenários das tabelas 25, 26 e 27, permitem obter os *resultados parciais* da carteira em relação a cada um dos três fatores. Supomos, por exemplo, uma carteira com uma posição de R\$1.300.000 comprada em PU de 60 dias e uma posição de R\$1.000.000 vendida em PU de 180 dias. A tabela seguinte apresenta os *resultados parciais* desta carteira em relação aos três fatores, dados os cenários apresentados:

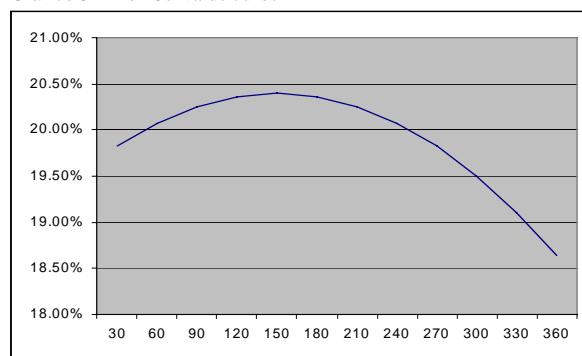
Tabela 28 - Resultados Parciais em Relação aos Fatores Nível, Inclinação e Curvatura

| Nível | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a0 | 6,187 | 4,958 | 3,712 | 2,455 | 1,238 | 0 | (862) | (1,725) | (2,587) | (3,449) | (4,312) |
| Inclinação | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | (29,686) | (56,549) | (80,412) | (102,274) | (121,137) | 0 | 62,283 | 24,266 | 32,548 | 48,529 | 65,514 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 54,054 | 43,243 | 32,432 | 21,622 | 10,811 | 0 | (3,468) | (18,338) | (28,408) | (37,877) | (47,245) |
| 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 180 | (124,748) | (99,792) | (74,834) | (49,876) | (24,918) | 0 | 21,852 | 43,704 | 65,556 | 87,408 | 109,260 |
| 210 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 240 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 270 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 300 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 330 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 360 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Curvatura | cenário -5 | cenário -4 | cenário -3 | cenário -2 | cenário -1 | cenário 0 | cenário 1 | cenário 2 | cenário 3 | cenário 4 | cenário 5 |
| total | (28,388) | (285,288) | (258,288) | (146,148) | (22,872) | 0 | 185,232 | 370,464 | 555,696 | 740,928 | 926,160 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 60,848 | 48,672 | 36,504 | 24,336 | 12,168 | 0 | (26,288) | (52,576) | (78,864) | (105,152) | (131,440) |
| 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 180 | (62,208) | (235,980) | (262,720) | (168,480) | (84,240) | 0 | 181,644 | 363,288 | 544,932 | 726,576 | 908,220 |
| 210 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 240 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 270 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 300 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 330 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 360 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Conforme se observa na tabela, o pior caso para a carteira é dado pelo aumento do nível, queda da inclinação e queda da curvatura da curva de juros. Nessa situação, a perda total da carteira seria dada por $R\$4.312 + R\$70.686 + R\$360.360 = R\$ 435.359$.

O gráfico abaixo mostra a curva de juros resultante da combinação dos cenários 5 (nível), -5 (inclinação) e -5 (curvatura), que correspondem ao pior caso. Uma curva com *formato* semelhante a este já foi observada, por exemplo, durante a crise da Ásia (1997): Dada a deterioração da situação externa e a fuga de capitais que se observavam, havia expectativa de subida de juros no curto prazo e de queda no longo, uma vez que juros muito altos, por muito tempo, fariam a dívida interna “explodir”.

Gráfico 5 - Pior Curva de Juros



VI - Otimização Condicionada

O modelo de Stress que desenvolvemos pode ser escrito sob a forma de um problema de *minimização condicionada*. Para tanto, utilizamos um *software* como o *Matlab* ou o *Mathematica* para a construção da seguinte função:

$$\text{resultado da carteira} = f(S_1, S_2, \dots, S_n, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n, a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2) \quad (17)$$

A função $f(\cdot)$ depende dos preços dos mercados à vista (S_1, S_2, \dots, S_n), das volatilidades destes mercados ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$), da curva de juros (representada pelo nível (a_0), inclinação (a_1) e curvatura (a_2)) e da curva de cupom cambial (também representada pelo nível (b_0), inclinação (b_1) e curvatura (b_2)). Utilizando notação vetorial, escrevemos, simplesmente, $f(\cdot) = f(S, \sigma, a, b)$.

No caso de uma posição de R\$1.000.000 comprada em dólar à vista, por exemplo, a função $f(\cdot)$ possuiria o seguinte formato:

$$f(S, \sigma, a, b) = f(S) = f(S_{US\$}) = 1.000.000 \cdot \left(\frac{S_{US\$}}{1,8} - 1 \right) \quad (18)$$

onde estamos supondo que o valor corrente do dólar seja R\$1,8.

O modelo que desenvolvemos equivale à minimização condicionada de $f(\cdot)$, isto é, fixados limites inferiores e superiores para os fatores de risco S, σ, a e b , encontramos a combinação entre os mesmos que resulta no menor valor de $f(\cdot)$. O problema de otimização pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min_{\{S, \sigma, a, b\}} & f(S, \sigma, a, b) \\ \text{s.a.} & S_{inf} \leq S \leq S_{sup} \\ & \sigma_{inf} \leq \sigma \leq \sigma_{sup} \\ & a_{inf} \leq a \leq a_{sup} \\ & b_{inf} \leq b \leq b_{sup} \end{aligned}$$

Os limites inferiores e superiores dos fatores de risco definem uma *região macroeconomicamente plausível*. Solucionamos o problema de otimização para cada uma das regiões definidas. O resultado do modelo será igual ao menor destes resultados.

Quando o modelo é tratado da forma exposta nesta seção, não se fazem necessárias as aproximações logarítmicas utilizadas nas fórmulas (2) e (5) nem as aproximações por *delta*, *gamma*, *vega*₁ e *vega*₂ da fórmula (9'). Em virtude disso, os resultados gerados serão mais precisos. Acreditamos, no entanto, que todo o processo seja mais transparente e construtivo quando utilizamos o *quadro de resultados parciais* ao invés do algoritmo de otimização.

Conclusão

A motivação para o aperfeiçoamento do modelo de Teste de Stress surgiu das deficiências dos modelos tradicionais e da necessidade de utilização de um modelo mais abrangente e flexível, capaz de se adaptar a todo tipo de carteira e não somente àquelas com composição mais simples.

No novo modelo, uma vez que todos os ativos foram decompostos em seus respectivos *fatores de risco*, apuram-se os *resultados parciais* da carteira em relação a cada um deles e cada cenário. A soma dos *resultados parciais mínimos* equivale, implicitamente, à pior combinação possível entre os *fatores de risco*. O modelo apresenta grande vantagem computacional pois os cenários não precisam ser, literalmente, combinados entre si. Não obstante isso, a pior combinação possível entre os mesmos pode ser encontrada.

Se permitirmos que cada fator de risco se mova livremente, o resultado final do modelo pode envolver combinações de cenários improváveis do ponto de vista macroeconômico. Esse problema é resolvido pela escolha de *regiões plausíveis*. Escolhemos quantas *regiões plausíveis* julgarmos necessárias, sendo o resultado do modelo determinado por aquela capaz de gerar a maior perda para a carteira.

Para finalizar, é importante mencionar que o maior grau de abrangência e flexibilidade do modelo provém, em essência, do desmembramento de todos os ativos em *fatores de risco*. Os benefícios obtidos, no entanto, surgem às custas da utilização de uma hipótese crucial, a saber, a inexistência de oportunidades de arbitragem entre os mercados. O *Risk Manager* deve sempre ser capaz de avaliar em que grau os resultados do modelo podem ser alterados caso essa hipótese não se verifique em situações específicas como, por exemplo, a ausência de liquidez nos mercados.

Referências Bibliográficas

Black, F. e M. Scholes, 1973, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, 81, 637-59.

Garman, M. B. e S. W. Kohlhagen, 1983, *Foreign Currency Option Values*, Journal of International Money and Finance, 231-37

The Federal Reserve Board, *Remarks by Chairman Alan Greenspan at the 36th Annual Conference on Bank Structure and Competition of the Federal Reserve Bank of Chicago*, Chicago, Illinois, May 4, 2000